

Calcul numérique

Nombres relatifs

→ Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe** :

- on garde le signe commun aux deux nombres ;
- on additionne les distances à zéro des deux nombres.

Exemples : $17 + 8 = 25$; $-3 + (-10) = -13$

Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires** :

- on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Exemples : $7 + (-8) = -1$; $-4 + 10 = 6$

→ Pour **soustraire** un nombre relatif, on additionne son opposé.

Exemples : $4 - (-5) = 4 + (+5) = 9$; $2 - (+6) = 2 + (-6) = -4$

→ Pour **multiplier** deux nombres relatifs, on multiplie les distances à zéro et on applique la règle des signes suivante :

- le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif ;
- le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Exemples : $3 \times (-2) = -6$; $-9 \times (-2) = 18$

→ Pour **diviser** deux nombres relatifs, on divise les distances à zéro et on applique la règle des signes suivante :

- le quotient de deux nombres de même signe est un nombre positif ;
- le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Exemples : $9 \div (-3) = -3$; $(-14) \div (-2) = 7$

→ Pour **calculer une expression** :

- on effectue d'abord les calculs situés entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures ;
- on effectue ensuite les multiplications et les divisions ;
- on termine par les additions et les soustractions.

On n'utilise pas la calculatrice !

Exercice 1 : Calculer.

$$A = -3 + 5 = \underline{2}$$

$$B = 2 - 7 = \underline{-5}$$

$$C = -9 + 9 = \underline{0}$$

$$D = -6 - (-4) = \underline{-2}$$

$$E = -8,4 + 11 = \underline{2,6}$$

$$F = -6,8 - 24,2 = \underline{-31}$$

$$G = 8,7 - (-8,7) = \underline{17,4}$$

$$H = 9 \times (-8) = \underline{-72}$$

$$I = (-6) \times (-6) = \underline{36}$$

$$J = 3 \times (-3,4) = \underline{-10,2}$$

$$K = 6 \times 0,7 = \underline{4,2}$$

$$L = -63 \div (-7) = \underline{9}$$

$$M = 36 \div (-9) = \underline{-4}$$

$$N = -27 \div 2 = \underline{-13,5}$$

$$O = 480 \div 6 = \underline{80}$$

Exercice 2 : Calculer en détaillant les étapes intermédiaires.

$$A = -7 - (-13) + 5 - 9$$

$$A = -7 + 13 + 5 - 9$$

$$A = 18 - 16$$

$$A = 2$$

$$B = 12 - (4 + 5 \times (-9))$$

$$B = 12 - (4 + (-45))$$

$$B = 12 - (-41)$$

$$B = 12 + 41$$

$$B = 53$$

$$C = \frac{7 - 5,6 \div 0,1}{-9 + 2}$$

$$C = \frac{7 - 56}{-7}$$

$$C = \frac{-49}{-7}$$

$$C = 7$$

Exercice 3 :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Calculer le produit de ce nombre par - 7.
- Soustraire le nombre choisi.
- Diviser le résultat par 4.

1) a) Écrire une expression permettant de trouver le nombre obtenu lorsque le nombre choisi au départ est 8.

$$(8 \times (-7) - 8) \div 4$$

b) Calculer cette expression.

$$\begin{aligned} & (8 \times (-7) - 8) \div 4 \\ & = (-56 - 8) \div 4 \\ & = -64 \div 4 \\ & = -16 \end{aligned}$$

On obtient - 16 lorsque le nombre choisi au départ est 8.

2) Mêmes questions lorsque le nombre choisi est - 4.

$$\begin{aligned} & (-4 \times (-7) - (-4)) \div 4 \\ & = (28 - (-4)) \div 4 \\ & = (28 + 4) \div 4 \\ & = 32 \div 4 \\ & = 8 \end{aligned}$$

On obtient 8 lorsque le nombre choisi au départ est - 4.

Défi !

1) a et b sont deux nombres relatifs négatifs non nuls. Quel est le signe de $\frac{ab}{a+b}$? Justifier.

$$a < 0 \text{ et } b < 0$$

Le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif donc $ab > 0$.

La somme de deux nombres négatifs est un nombre négatif donc $a + b < 0$

Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif

donc $\frac{ab}{a+b}$ est négatif.

2) x ; y et z désignent trois nombres relatifs tels que :

$$x \times y \times z \text{ est positif} \quad ; \quad x \times z \text{ est positif} \quad ; \quad y \times z \text{ est négatif}$$

Donner, en expliquant la réponse, le signe de chacun des trois nombres x ; y et z .

On utilise le fait que le produit de deux nombres de même signe est positif et le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

$$x \times y \times z > 0 \text{ et } x \times z > 0 \text{ donc } y > 0.$$

$$y \times z < 0 \text{ et } y > 0 \text{ donc } z < 0.$$

$$x \times z > 0 \text{ et } z < 0 \text{ donc } x < 0.$$

Donc x et z sont des nombres négatifs et y est un nombre positif.

Arithmétique

- Un nombre entier b ($b \neq 0$) est un **diviseur** d'un nombre entier a lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0. Dans ce cas, on dit aussi que a est un **multiple** de b .
Exemple: $51 = 3 \times 17$ donc 3 et 17 sont des diviseurs de 51 et 51 est un multiple de 3.
- **Critères de divisibilité :**
- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
 - Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
 - Un nombre entier est **divisible par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
 - Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
 - Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
 - Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.
- Exemple : 132 est divisible par 2 ; 3 (car $1 + 3 + 2 = 6$) et 4 (car 32 est divisible par 4).
- Un **nombre premier** est un nombre entier qui admet exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.
Exemples : 5 est un nombre premier car ses seuls diviseurs sont 1 et 5.
6 n'est pas un nombre premier car il a 4 diviseurs (1 ; 2 ; 3 et 6).
- Tout nombre entier non premier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique, à l'ordre près.
Exemple : $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2^2 \times 3 \times 5$
- On dit qu'une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur sont **premiers entre eux**, c'est à dire lorsque leur seul diviseur commun est 1.
Exemple : la fraction $\frac{7}{11}$ est irréductible car 7 et 11 sont premiers entre eux.

On n'utilise pas la calculatrice !

Exercice 1 : Compléter le tableau par oui ou non.

Est divisible par	2	3	4	5	9	10
828	oui	oui	oui	non	oui	non
530	oui	non	non	oui	non	oui
195	non	oui	non	oui	non	non

Exercice 2 : Écrire la liste de tous les diviseurs de chacun des nombres suivants.

32

$32 = 1 \times 32$
 $= 2 \times 16$
 $= 4 \times 8$

Les diviseurs de 32 sont
1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 et 32.

47

$47 = 1 \times 47$

Les diviseurs de 47 sont 1
et 47.

60

$60 = 1 \times 60$
 $= 2 \times 30$
 $= 3 \times 20$
 $= 4 \times 15$
 $= 5 \times 12$
 $= 6 \times 10$

Les diviseurs de 60 sont
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ;
12 ; 15 ; 20 ; 30 et 60.

Exercice 3 :

- 1) Entourer les nombres premiers dans la liste ci-contre : 3; 18; 23; 59; 340; 735.
2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres non entourés.

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \\ &= 2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 340 &= 34 \times 10 \\ &= 2 \times 17 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 5 \times 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 735 &= 5 \times 147 \\ &= 5 \times 3 \times 49 \\ &= 5 \times 3 \times 7 \times 7 \\ &= 3 \times 5 \times 7^2 \end{aligned}$$

Exercice 4 :

Simplifier la fraction $\frac{264}{504}$ après avoir décomposé son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} 264 &= 2 \times 132 \\ &= 2 \times 2 \times 66 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 33 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11 \\ &= 2^3 \times 3 \times 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 504 &= 2 \times 252 \\ &= 2 \times 2 \times 126 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 63 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 21 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ &= 2^3 \times 3^2 \times 7 \end{aligned}$$

$$\frac{264}{504} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{11}{21}$$

Exercice 5 :

Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 3,6 m de large et 4,32 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe.

- 1) L'artisan peut-il utiliser des dalles de 8 cm de côté ? 15 cm de côté ? Justifier.

$$3,6 \text{ m} = 360 \text{ cm} \text{ et } 4,32 \text{ m} = 432 \text{ cm}$$

$$360 \div 8 = 45 \quad \text{et} \quad 432 \div 8 = 54$$

8 est un diviseur de 360 et de 432 donc l'artisan peut utiliser des dalles de 8 cm de côté.

$$360 \div 15 = 24 \quad \text{et} \quad 432 \div 15 = 28,8$$

15 n'est pas un diviseur de 432 donc il ne peut pas utiliser des dalles de 15 cm de côté.

- 2) Quelle est la taille maximale des dalles que l'artisan peut utiliser (en nombre entier de centimètres) ? Préciser, dans ce cas, le nombre de dalles à prévoir.

On cherche le plus grand diviseur commun à 360 et 432.

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \quad \text{et} \quad 432 = 2^4 \times 3^3$$

Donc le plus grand diviseur commun à 360 et 432 est $2^3 \times 3^2$, soit 72.

La taille maximale des dalles que l'artisan peut utiliser est 72 cm.

$$360 \div 72 = 5 \quad \text{Il faudra 5 dalles dans le sens de la largeur.}$$

$$432 \div 72 = 6 \quad \text{Il faudra 6 dalles dans le sens de la longueur.}$$

$$5 \times 6 = 30$$

L'artisan doit prévoir 30 dalles.

Défi !

Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 35 secondes et l'autre toutes les 42 secondes. À 18h 57min 42s, elles s'allument en même temps. Déterminer l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

On cherche le plus petit multiple commun à 35 et 42.

$$35 = 5 \times 7 \quad \text{et} \quad 42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7$$

Le plus petit multiple commun à 35 et 42 est $2 \times 3 \times 5 \times 7$, soit 210.

Les deux ampoules s'allumeront donc de nouveau ensemble au bout de 210s.

$$210\text{s} = 3 \times 60\text{s} + 30\text{s} \quad \text{donc} \quad 210\text{s} = 3\text{min } 30\text{s}$$

$$18\text{h } 57\text{min } 42\text{s} + 3\text{min } 30\text{s} = 18\text{h } 60\text{min } 72\text{s} = 19\text{h } 01\text{min } 12\text{s}$$

Donc les deux ampoules s'allumeront de nouveau ensemble à 19h 01min 12s.

Fractions

- Pour **additionner (ou pour soustraire)** deux nombres en écriture fractionnaire :
- on écrit les deux nombres en écriture fractionnaire avec le même dénominateur ;
 - on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
 - on garde le dénominateur commun.

a, b et c désignent des nombres relatifs avec $c \neq 0$: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Exemple : $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

- Pour **multiplier** deux nombres en écriture fractionnaire :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

a, b, c et d désignent des nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exemple : $\frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{8 \times 4} = \frac{3}{32}$

Remarque : Pour simplifier les calculs, on peut décomposer chacun des numérateurs et dénominateurs en produit de facteurs premiers avant d'appliquer la règle ci-dessus.

Exemple : $\frac{28}{15} \times \frac{35}{14} = \frac{2 \times 2 \times 7}{3 \times 5} \times \frac{5 \times 7}{2 \times 7} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7} \times 5 \times 7}{3 \times \cancel{5} \times \cancel{2} \times 7} = \frac{14}{3}$

- **Diviser** par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

a, b, c et d désignent des nombres relatifs avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Exemple : $\frac{1}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$

On n'utilise pas la calculatrice !

Exercice 1 : Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

A = $\frac{4}{7} + \frac{8}{21}$

A = $\frac{4 \times 3}{7 \times 3} + \frac{8}{21}$

A = $\frac{12}{21} + \frac{8}{21}$

A = $\frac{20}{21}$

B = $\frac{-5}{12} - \frac{3}{8}$

B = $\frac{-5 \times 2}{12 \times 2} - \frac{3 \times 3}{8 \times 3}$

B = $\frac{-10}{24} - \frac{9}{24}$

B = $\frac{-19}{24}$

C = $-5 + \frac{2}{7}$

C = $\frac{-5}{1} + \frac{2}{7}$

C = $\frac{-5 \times 7}{1 \times 7} + \frac{2}{7}$

C = $\frac{-35}{7} + \frac{2}{7}$

C = $\frac{-33}{7}$

D = $\frac{8}{3} \times \frac{5}{4}$

D = $\frac{8 \times 5}{3 \times 4}$

D = $\frac{40}{12}$

D = $\frac{40 \div 4}{12 \div 4}$

D = $\frac{10}{3}$

E = $\frac{-4}{21} \times 9$

E = $\frac{-4 \times 9}{21}$

E = $\frac{-36}{21}$

E = $\frac{-36 \div 3}{21 \div 3}$

E = $\frac{-12}{7}$

F = $\frac{35}{12} \times \frac{18}{21}$

F = $\frac{7 \times 5 \times 3 \times 6}{8 \times 2 \times 3 \times 7}$

F = $\frac{5}{2}$

G = $\frac{-7}{2} \div \frac{9}{-4}$

G = $\frac{-7}{2} \times \frac{-4}{9}$

G = $\frac{28}{18}$

G = $\frac{28 \div 2}{18 \div 2}$

G = $\frac{14}{9}$

H = $\frac{11}{2} \div 2$

H = $\frac{11}{2} \times \frac{1}{2}$

H = $\frac{11}{4}$

Exercice 2 : Calculer en détaillant les étapes intermédiaires. Donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{-7}{2}$$

$$A = \frac{2}{5} + \frac{-21}{10}$$

$$A = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} + \frac{-21}{10}$$

$$A = \frac{4}{10} + \frac{-21}{10}$$

$$A = \frac{-17}{10}$$

$$B = \frac{7}{6} - \left(\frac{-1}{4} - 5 \right)$$

$$B = \frac{7}{6} - \left(\frac{-1}{4} - \frac{5 \times 4}{1 \times 4} \right)$$

$$B = \frac{7}{6} - \left(\frac{-1}{4} - \frac{20}{4} \right)$$

$$B = \frac{7}{6} - \frac{-21}{4}$$

$$B = \frac{7 \times 2}{6 \times 2} - \frac{-21 \times 3}{4 \times 3}$$

$$B = \frac{14}{12} - \frac{-63}{12}$$

$$B = \frac{14}{12} + \frac{63}{12}$$

$$B = \frac{77}{12}$$

$$C = \frac{\frac{-10}{7} + \frac{3}{7}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{18}}$$

$$C = \frac{-7}{7} \div \left(\frac{5 \times 3}{6 \times 3} - \frac{5}{18} \right)$$

$$C = -1 \div \left(\frac{15}{18} - \frac{5}{18} \right)$$

$$C = -1 \div \frac{10}{18}$$

$$C = -1 \times \frac{18}{10}$$

$$C = \frac{-18}{10}$$

$$C = \frac{-18 \div 2}{10 \div 2}$$

$$C = \frac{-9}{5}$$

Exercice 3 :

Maxime participe à un triathlon de 50 km. $\frac{3}{100}$ de l'épreuve se fait à la nage ; $\frac{4}{25}$ de l'épreuve s'effectue en course à pied ; le reste correspond à la course cycliste.

Quelle distance Maxime parcourt-il à vélo ?

$$1 - \left(\frac{3}{100} + \frac{4}{25} \right) = 1 - \left(\frac{3}{100} + \frac{4 \times 4}{25 \times 4} \right) = 1 - \left(\frac{3}{100} + \frac{16}{100} \right) = 1 - \frac{19}{100} = \frac{100}{100} - \frac{19}{100} = \frac{81}{100}$$

Maxime parcourt $\frac{81}{100}$ de l'épreuve à vélo.

$$\frac{81}{100} \times 50 = 40,5$$

Maxime parcourt 40,5 km à vélo.

Exercice 4 :

Lisa, Alexis et Quentin se partagent un héritage. Lisa en reçoit le tiers, Alexis les trois dixièmes et Quentin le reste.

1) Quelle fraction de l'héritage reçoit Quentin ?

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{10} \right) = 1 - \left(\frac{1 \times 10}{3 \times 10} + \frac{3 \times 3}{10 \times 3} \right) = 1 - \left(\frac{10}{30} + \frac{9}{30} \right) = 1 - \frac{19}{30} = \frac{30}{30} - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$$

Quentin reçoit $\frac{11}{30}$ de l'héritage.

2) Qui reçoit la plus grande part ?

$$\text{Lisa : } \frac{1}{3} = \frac{10}{30} \quad ; \quad \text{Alexis : } \frac{3}{10} = \frac{9}{30} \quad ; \quad \text{Quentin : } \frac{11}{30}$$

$$\frac{9}{30} < \frac{10}{30} < \frac{11}{30} \quad \text{donc c'est Quentin qui reçoit la plus grande part de l'héritage.}$$

Défi !

Julie est partie faire une randonnée. Le 1^{er} jour, elle a parcouru $\frac{3}{8}$ du parcours le matin et $\frac{2}{5}$ du trajet restant l'après-midi. Elle a terminé sa randonnée le lendemain.

Sachant qu'elle a parcouru 9 km le 2^e jour, quelle distance a-t-elle parcourue au total ?

Julie a parcouru $\frac{3}{8}$ du parcours le matin du 1^{er} jour. Il lui reste donc à parcourir $\frac{5}{8}$ du trajet.

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \quad \text{Julie a parcouru } \frac{1}{4} \text{ du trajet l'après-midi du 1^{er} jour.}$$

$$1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) = 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8} \right) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \quad \text{Julie a parcouru } \frac{3}{8} \text{ du trajet le 2^e jour.}$$

$\frac{3}{8}$ du trajet correspond à 9 km, donc $\frac{1}{8}$ du trajet correspond à 3 km et $\frac{8}{8}$ du trajet

correspond à 24 km. Au total, Julie a parcouru 24 km.

Puissances

→ x désigne un nombre relatif et n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

$$x^n = \underbrace{x \times x \times \dots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}$$

Par convention, $x^1 = x$ et $x^0 = 1$ (pour $x \neq 0$).

Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; $2^1 = 2$; $2^0 = 1$

→ Pour $x \neq 0$, x^{-n} est égal à l'inverse de x^n : $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$.

Exemple : $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0,5$

→ **Priorités opératoires :**

Pour calculer une expression, on effectue dans l'ordre :

- les calculs entre parenthèses ;
- les puissances ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et les soustractions.

Cas particulier : les puissances de 10

→ n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 1.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs égaux à } 10} = \underbrace{100\dots0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples : $10^2 = 10 \times 10 = 100$; $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0,1$

→ La **notation scientifique** d'un nombre décimal non nul est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal écrit avec un seul chiffre, différent de 0, avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples : La notation scientifique de 756 000 000 est $7,56 \times 10^8$.

La notation scientifique de 0,000 025 est $2,5 \times 10^{-5}$.

On n'utilise pas la calculatrice !

Exercice 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$$3^5$$
$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$3^5 = \underline{243}$$

$$5^4$$
$$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$5^4 = \underline{625}$$

$$2^{-3}$$
$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{1}{8}$$

$$= \underline{0,125}$$

$$4^{-1}$$
$$4^{-1} = \frac{1}{4^1}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$= \underline{0,25}$$

Exercice 2 : Calculer en détaillant les étapes intermédiaires.

$$A = 7 + 5^3 \times 2$$

$$A = 7 + 5 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$A = 7 + 125 \times 2$$

$$A = 7 + 250$$

$$A = 257$$

$$B = -3 \times (2^5 - 19)$$

$$B = -3 \times (2^5 - 19)$$

$$B = -3 \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 19)$$

$$B = -3 \times (32 - 19)$$

$$B = -3 \times 13$$

$$B = -39$$

$$C = 9 - (7 + 5)^2$$

$$C = 9 - 12^2$$

$$C = 9 - 144$$

$$C = -135$$

Exercice 3 : En utilisant la définition des puissances, écrire chaque expression sous la forme d'une seule puissance d'un nombre relatif.

$$A = 5^3 \times 5^4$$

$$A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$A = 5^7$$

$$B = 3^{-1} \times 3^{-4}$$

$$B = \frac{1}{3^1} \times \frac{1}{3^4}$$

$$B = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$B = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$B = \frac{1}{3^5}$$

$$B = 3^{-5}$$

$$C = 4^{-2} \times 4^3$$

$$C = \frac{1}{4^2} \times 4 \times 4 \times 4$$

$$C = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4}$$

$$C = 4^1$$

$$D = \frac{7^5}{7^3}$$

$$D = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7}$$

$$D = 7 \times 7$$

$$D = 7^2$$

$$E = \frac{2^3}{2^6}$$

$$E = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$E = \frac{1}{2 \times 2 \times 2}$$

$$E = \frac{1}{2^3}$$

$$E = 2^{-3}$$

$$F = \frac{8^5}{8}$$

$$F = \frac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{8}$$

$$F = 8 \times 8 \times 8 \times 8$$

$$F = 8^4$$

$$G = (5^2)^3$$

$$G = (5 \times 5)^3$$

$$G = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)$$

$$G = 5^6$$

$$H = (6^{-3})^2$$

$$H = \left(\frac{1}{6^3}\right)^2$$

$$H = \frac{1}{6 \times 6 \times 6} \times \frac{1}{6 \times 6 \times 6}$$

$$H = \frac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$H = \frac{1}{6^6}$$

$$H = 6^{-6}$$

Exercice 4 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$$10^4 = 10\,000$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^{-5} = 0,000\,01$$

Exercice 5 : Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10.

$$1\,000 = 10^3$$

$$10 = 10^1$$

$$0,01 = 10^{-2}$$

$$0,000\,1 = 10^{-4}$$

$$\text{Cent mille} : 10^5$$

$$\text{Un milliard} : 10^9$$

$$\text{Un millième} : 10^{-3}$$

$$\text{Un dixième} : 10^{-1}$$

Exercice 6 : Calculer.

$$A = 10^3 + 10^{-1}$$

$$A = 1\,000 + 0,1$$

$$A = 1\,000,1$$

$$B = 10^4 \times 10^{-2}$$

$$B = 10\,000 \times 0,01$$

$$B = 100$$

$$C = \frac{10^6}{10^4}$$

$$C = \frac{1\,000\,000}{10\,000}$$

$$C = 100$$

$$D = (10^{-1})^2$$

$$D = 0,1^2$$

$$D = 0,01$$

$$E = 5,536 \times 10^4$$

$$E = 5,536 \times 10\,000$$

$$E = 55\,360$$

$$F = 275,1 \times 10^{-1}$$

$$F = 275,1 \times 0,1$$

$$F = 27,51$$

Exercice 7 : Donner la notation scientifique des nombres suivants.

$$4\,836\,000 = 4,836 \times 10^6$$

$$0,000\,716 = 7,16 \times 10^{-4}$$

$$374,1 \times 10^{-5} = 3,741 \times 10^{-3}$$

$$0,053 \times 10^{-2} = 5,3 \times 10^{-4}$$

Exercice 8 :

On observe une cellule au microscope. Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors deux cellules. Une heure plus tard, chacune de ces deux cellules s'est divisée en deux. Chaque heure, chaque nouvelle cellule se divise en deux.

1) Combien de cellules peut-on observer au bout de 5h ?

Au bout d'une heure : 2 cellules Au bout de 2 h : 2×2 , soit 4 cellules ...

Au bout de 5 h : 2^5 , soit 32 cellules

On peut observer 32 cellules au bout de 5 h.

2) Avec la calculatrice, déterminer au bout de combien de temps on obtiendra plus de 10 000 cellules.

A l'aide de la calculatrice, on trouve $2^{13} = 8\ 192$ et $2^{14} = 16\ 384$

Donc, **on obtiendra plus de 10 000 cellules au bout de 14 heures.**

Exercice 9 :

Un carré a pour côté 2^4 m. Exprimer son périmètre et son aire sous la forme d'une puissance de 2.

Périmètre = $4 \times \text{côté}$

$$= 4 \times 2^4$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^6$$

Le périmètre de ce carré est égal à 2^6 m.

Aire = côté \times côté

$$= 2^4 \times 2^4$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^8$$

L'aire de ce carré est égale à 2^8 m².

Exercice 10 : Calculatrice autorisée.

Calculer le nombre d'atomes de fer contenus dans un clou de masse 2 g sachant que la masse d'un atome de fer est égale à $9,3 \times 10^{-26}$ kg. Donner le résultat en notation scientifique.

$$2 \text{ g} = 0,002 \text{ kg}$$

$$\frac{0,002}{9,3 \times 10^{-26}} \approx 2,2 \times 10^{22}$$

Il y a environ $2,2 \times 10^{22}$ atomes de fer dans un clou de 2 g.

Exercice 11 :

La lumière parcourt environ 3×10^5 km chaque seconde. Sachant que la distance entre la Terre et le Soleil est d'environ 150 Gm, calculer, en minutes et secondes, le temps que met la lumière du Soleil pour atteindre la Terre.

Rappel : 1 Gm = 1 Gigamètre = 10^9 m

$$150 \text{ Gm} = 150 \times 10^9 \text{ m} = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\frac{150 \times 10^6}{3 \times 10^5} = 500$$

La lumière du Soleil met 500s pour atteindre la Terre.

$$500\text{s} = 8 \times 60\text{s} + 20\text{s}$$

Donc **la lumière du Soleil met 8min 20s pour atteindre la Terre.**

Défi !

Un cadenas est constitué de 4 molettes sur lesquelles sont inscrits les chiffres de 1 à 9. Sachant qu'il faut dix secondes pour afficher une combinaison, combien de temps faut-il pour toutes les essayer ? Donner la réponse en heures, minutes et secondes.

Il y a 9^4 , soit 6 561 combinaisons possibles.

$$6\ 561 \times 10 = 65\ 610$$

Il faut 65 610 secondes pour essayer toutes les combinaisons.

$$65\ 610\text{s} = 18 \times 3\ 600\text{s} + 810\text{s}$$

$$810\text{s} = 13 \times 60\text{s} + 30\text{s}$$

Il faut donc 18h 13min 30s pour essayer toutes les combinaisons.