

Calcul littéral

Convention :

Entre un nombre et une lettre, deux lettres, un nombre et une parenthèse, une lettre et une parenthèse et deux parenthèses on n'écrit pas le signe « × ». Exemples :

$$\begin{aligned} -6 \times x &= -6x & a \times b &= ab \\ 2 \times (x - 9) &= 2(x - 9) \\ y \times (3x + 1) &= y(3x + 1) \\ (2x - 3) \times (7 + 4x) &= (2x - 3)(7 + 4x) \end{aligned}$$

Substituer :

Pour calculer la valeur d'une expression littérale il faut « remplacer » la lettre par la valeur indiquée. Exemple :

Calculer $2x + 3$ pour $x = -4$

$$2 \times x + 3 = 2 \times (-4) + 3 = -8 + 3 = -5$$

Exprimer en fonction de :

Ecrire un résultat en fonction de x c'est écrire une expression littérale contenant la lettre x . Exemple :

A une station d'essence le prix du gasoil est affiché à 1,903 €/L. Exprimer en fonction de la quantité de carburant mise dans le réservoir le prix à payer.

Si x est la quantité de carburant mise dans le réservoir alors le prix à payer est donné par l'expression : $1,903x$.

Réduire une somme algébrique :

Pour réduire une somme algébrique on additionne les termes de même nature entre eux. Exemple :

$$\begin{aligned} \text{Réduire } A &= 2x + 7 - x^2 + 3 - 5x + 3x^2 \\ A &= -x^2 + 3x^2 + 2x - 5x + 7 + 3 \\ A &= 2x^2 - 3x + 10 \end{aligned}$$

« Supprimer » des parenthèses précédées d'un signe « + » ou « - » : Exemple :

$$\begin{aligned} a + (b + c) &= a + b + c \\ a - (b + c) &= a - b - c \end{aligned}$$

Réduire chaque expression littérale :

$$2x + (7 + 3x) = 2x + 7 + 3x = 5x + 7$$

$$2x + (7 - 3x) = 2x + 7 - 3x = -x + 7$$

$$2x - (7 + 3x) = 2x - 7 - 3x = -x - 7$$

$$2x - (-7 - 3x) = 2x + 7 + 3x = 5x + 7$$

Développer (simple distributivité) :

$$k(a + b) = ka + kb$$

Développer $B = 2x(7 - 3x)$

$$B = 2x \times 7 + 2x \times (-3x) = 14x - 6x^2$$

Développer (double distributivité) :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Développer $C = (2x - 3)(7 + 4x)$

$$C = 2x \times 7 + 2x \times 4x + (-3) \times 7 + (-3) \times 4x$$

$$C = 14x + 8x^2 - 21 - 12x = 8x^2 + 2x - 21$$

Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Développer $D = (7 - 3x)(7 + 3x)$

$$D = 7^2 - (3x)^2 = 49 - 9x^2$$

Factoriser : $ka + kb = k(a + b)$

$$20x - 5 = 5 \times 4x - 5 \times 1 = 5(4x - 1)$$

Résoudre une équation produit nul :

$$\text{Résoudre } (x + 1)(4x - 2) = 0$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$$x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 2 = 0$$

$$x = -1 \qquad 4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4} = 0,5$$

Les solutions de l'équation sont -1 et 0,5

Exercice 1 :

Rajouter les signes \times sous-entendu.

$11x = 11 \times x$ $xy = x \times y$

$34 + 2x = 34 + 2 \times x$ $a^2b = a \times a \times x$

$6(y + 2) = 6 \times (y + 2)$

$x(2y + x) = x \times (2 \times y + x)$

$(3x - 1)(1 - 2x) = (3 \times x - 1) \times (1 - 2 \times x)$

Exercice 2 :

Calculer chaque expression littérale.

$A = 12x$ pour $x = 0$

$A = 12 \times x = 12 \times 0 = 0$

$B = 2y + 3$ pour $y = 1$

$B = 2 \times y + 3 = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$C = z^2 - 2$ pour $z = -2$

$C = z \times z - 2 = -2 \times (-2) - 2 = 4 - 2 = 2$

$D = 2a - 4b^2$ pour $a = -3$ et $b = 5$

$D = 2 \times a - 4 \times b^2 = 2 \times (-3) - 4 \times 5^2$

$D = -6 - 4 \times 25 = -6 - 100 = -106$

$E = t(3 + 6t)$ pour $t = 2$

$E = t \times (3 + 6 \times t) = 2 \times (3 + 6 \times 2)$

$E = 2 \times (3 + 12) = 2 \times 15 = 30$

Exercice 3 :

Relier à la bonne expression littérale.

Le quotient de la différence de 5 et de x par 7.

La somme du produit de 5 par x et de 7.

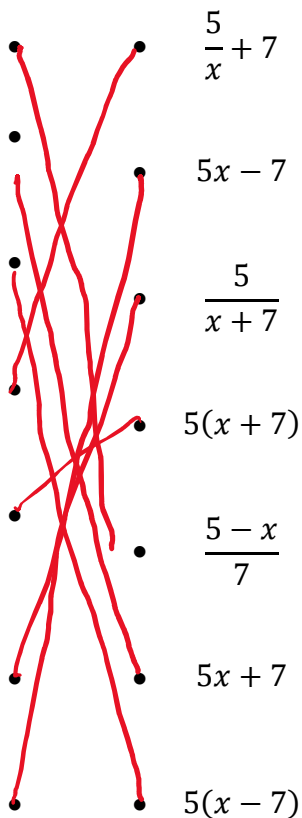
Le produit de 5 par la différence de x et de 7.

La somme du quotient de 5 par x et de 7.

Le produit de 5 par la somme de x et de 7.

Le quotient de 5 par la somme de x et de 7.

La différence du produit de 5 par x et de 7.



Exercice 4 Exprimer en fonction de n .

- 1) L'entier qui suit n : $n+1$
- 2) L'entier qui précède n : $n-1$
- 3) Le double de n : $2n$
- 4) La moitié de n : $\frac{n}{2}$
- 5) Un multiple de 13 : $13n$
- 6) Un nombre pair : $2n$
- 7) Un nombre impair : $2n+1$

Exercice 5 : Si possible, réduire chacune de ces sommes algébriques.

- 1) $13 + 5x =$ Impossible
- 2) $13x + 5x = 18x$
- 3) $13x^2 + 5x =$ Impossible
- 4) $13x^2 + 5x^2 = 18x^2$
- 5) $13x^2 - 5x =$ Impossible
- 6) $-13x + 5x = -8x$
- 7) $-13x^2 - 5x =$ Impossible
- 8) $13x^2 - 5x^2 = 8x^2$

Exercice 6 : Réduire chacun de ces produits.

- 1) $4 \times 3x = 12x$
- 2) $4x \times 3x = 12x^2$
- 3) $4x^2 \times 3x = 12x^3$
- 4) $4x^2 \times 3x^2 = 12x^4$
- 5) $-4 \times 3x = -12x$
- 6) $-4x \times (-3x) = 12x^2$
- 7) $4x^2 \times (-3x) = -12x^3$
- 8) $-4x \times 3 = -12x$

Exercice 7 : Réduire chacune de ces sommes algébriques.

$A = 2x + 7 + 11x + 4$

$A = 13x + 11$

$B = x^2 - x - 3x - 8$

$B = x^2 - 4x - 8$

$C = -6x - 3x^2 + 8x^2 - 9x$

$C = 5x^2 - 15x$

$D = 3x + y + xy + 2x + 4y$

$D = 5x + 5y + xy$

Exercice 8 : Réduire chacune de ces sommes algébriques.

$$E = 3x + (8 + 19x) = 3x + 8 + 19x$$

$$E = 22x + 8$$

$$F = 3x - (8 + 19x) = 3x - 8 - 19x$$

$$F = -16x - 8$$

$$G = -3x + (8 - 19x) = -3x + 8 - 19x$$

$$G = -22x + 8$$

$$H = 3x - (-8 - 19x) = 3x + 8 + 19x$$

$$H = 3x + 8 + 19x$$

Exercice 9 : Développer puis réduire.

$$I = 12(2x + 3) = 12 \times 2x + 12 \times 3$$

$$I = 24x + 36$$

$$J = (x - 5) \times 7 = x \times 7 - 5 \times 7$$

$$J = 7x - 35$$

$$K = -2x(-6 + 8x) = -2x \times (-6) - 2x \times 8x$$

$$K = 12x - 16x^2$$

$$L = (3x + 5)(9 + x)$$

$$L = 3x \times 9 + 3x \times x + 5 \times 9 + 5 \times x$$

$$L = 27x + 3x^2 + 45 + 5x$$

$$L = 3x^2 + 32x + 45$$

$$M = (2 - x)(3 + x^2)$$

$$M = 2 \times 3 + 2 \times x^2 - x \times 3 - x \times x^2$$

$$M = 6 + 2x^2 - 3x - x^3$$

$$N = (-7x + 15)(-2y - 2x)$$

$$N = -7x \times (-2y) + (-7x) \times (-2x) + 15 \times (-2y) + 15 \times (-2x)$$

$$N = 14xy + 14x^2 - 30y - 30x$$

Exercice 10 : Développer puis réduire.

$$P = (x + 8)^2 = x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2$$

$$P = x^2 + 16x + 64$$

$$Q = (6 - 11y)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times 11y + (11y)^2$$

$$Q = 36 - 132y + 121y^2$$

$$R = (13 - 2x)(13 + 2x) = 13^2 - (2x)^2$$

$$R = 169 - 4x^2.$$

$$S = (5x + 1)(-5x + 1) = 1^2 - (5x)^2$$

$$S = 1 - 25x^2$$

Exercice 11 : Factoriser.

$$T = 28 + 20x = 4 \times 7 + 4 \times 5x$$

$$T = 4(7 + 5x)$$

$$U = 33x - 4x^2 = 33 \times x - 4x \times x$$

$$U = x(33 - 4x)$$

$$V = 36x^2 - 42x = 6x \times 6x - 6x \times 7$$

$$V = 6x(6x - 7)$$

$$W = 34x + 85 = 17 \times 2x + 17 \times 5$$

$$W = 17(2x + 5)$$

Exercice 12 : Factoriser puis réduire à l'intérieur des parenthèses.

$$X = (x + 2)(x + 3) + (x + 2)(2x - 1)$$

$$X = (x + 2)[(x + 3) + (2x - 1)]$$

$$X = (x + 2)[x + 3 + 2x - 1]$$

$$X = (x + 2)(3x + 2)$$

$$Y = (7 - 11x)(3x + 1) + (2x - 6)(-11x + 7)$$

$$Y = (7 - 11x)[(3x + 1) + (2x - 6)]$$

$$Y = (7 - 11x)[3x + 1 + 2x - 6]$$

$$Y = (7 - 11x)(5x - 5)$$

$$Z = (2 - 3x)^2 - (-7 + x)(2 - 3x)$$

$$Z = (2 - 3x)[(2 - 3x) - (-7 + x)]$$

$$Z = (2 - 3x)[2 - 3x + 7 - x]$$

$$Z = (2 - 3x)(-4x + 9)$$

Exercice 13 Défi: Factoriser à l'aide des identités remarquables.

$$A = x^2 - 4 = x^2 - 2^2$$

$$A = (x - 2)(x + 2)$$

$$B = 25 - 9x^2 = 5^2 - (3x)^2$$

$$B = (5 - 3x)(5 + 3x)$$

$$C = 4x^2 - 16x + 16 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

$$C = (2x - 4)^2$$

$$D = -2,25x^2 + 121 = 11^2 - (1,5x)^2$$

$$D = (11 - 1,5x)(11 + 1,5x)$$

$$E = 10x + x^2 + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$E = (x + 5)^2$$

Exercice 14 : Résoudre les équations.

$$x + 5 = 0$$

$$x + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$x = -5$$

$$x + 12 = 3$$

$$x + 12 - 12 = 3 - 12$$

$$x = -9$$

$$5x = 15$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$

$$x = 3$$

$$2x + 3 = 0$$

$$2x + 3 - 3 = 0 - 3$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$12x + 8 = 4x$$

$$12x - 4x = -8$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{-8}{8}$$

$$x = -1$$

$$x + 1 = 2x - 1$$

$$x - 2x = -1 - 1$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

$$3x - 9 = -3x + 6$$

$$3x + 3x = 6 + 9$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{15}{6}$$

$$x = 2,5$$

Défi 1: Résoudre les équations

$$(2x - 5)(x + 8) = 0$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$$2x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 8 = 0$$

$$2x = 5 \quad \text{ou} \quad x = -8$$

$$x = \frac{5}{2} = 2,5$$

Les solutions de l'équations sont 2,5 et -8.

$$x - 7 = 0$$

$$x - 7 + 7 = 0 + 7$$

$$x = 7$$

$$x + 7 = -5$$

$$x + 7 - 7 = -5 - 7$$

$$x = -12$$

$$-7x = 24,5$$

$$\frac{-7x}{-7} = \frac{24,5}{-7}$$

$$x = -3,5$$

$$5x - 3 = 17$$

$$5x - 3 + 3 = 17 + 3$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

$$16 - 3x = -x$$

$$-3x + x = -16$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-16}{-2}$$

$$x = 8$$

$$4x^2 - 81 = 0$$

$$(2x - 9)(2x + 9) = 0$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

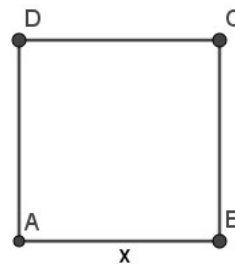
$$2x - 9 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 9 = 0$$

$$2x = 9 \quad \text{ou} \quad 2x = -9$$

$$x = \frac{9}{2} = 4,5 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{9}{2} = -4,5$$

Les solutions de l'équations sont 4,5 et -4,5.

Défi 2 :



Pour quelle valeur de x l'aire du carré ABCD est-elle le triple du périmètre du carré ABCD ?

$$A_{ABCD} = 3 \times P_{ABCD}$$

$$x^2 = 3 \times 4x$$

$$x^2 = 12x$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x(x - 12) = 0$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

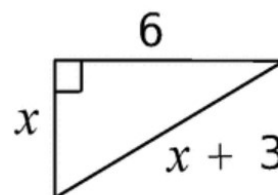
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 12 = 0$$

(Pas de sens pour notre problème)

$$x = 12$$

L'aire du carré ABCD est le triple du périmètre du carré ABCD pour $x = 12$.

Défi 3 :



Trouver la valeur de x .

On sait que le triangle est rectangle.

Or d'après le théorème de Pythagore.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 36$$

$$6x + 9 = 36$$

$$6x = 36 - 9$$

$$6x = 27$$

$$x = \frac{27}{6} = 4,5$$

Donc : $x = 4,5$